Massachusetts Teknoloji Enstitüsü-Fizik Bölümü

Fizik – 8.01 **Ödev # 1** **Güz, 1999**

ÇÖZÜMLER

Dave Pooley - dave@mit.edu

Problem 1.1, (*Tahminler ve Belirsizlikler – Ohanian Soru 1.1*)

İlk iki cisim için, hatayı benim tahta cetvelimin en küçük bölümünün yarısı, yani 0.5 mm, olarak tahmin ettim. Sonraki iki cisim için, tıpkı nemle değişen tahta cetvel gibi, sıcaklıkla uzayabilen ve büzülebilen bir metal şerit metre kullandım. Büyük uzunluklar için, bir sıra gibi, yaklaşık olarak ± 2 mm olarak tahmin ettiğim dikkate değer bir hata oluşabilir.

Cisim	Gözle tahmin	Ölçülen Değer	Düşünceler
Kupa (yükseklik)	22 cm	15.75 ± 0.05 cm	Çok sıcak başlamadım.
CD kabı	15 cm	14.20 ± 0.05 cm	Biraz daha iyi
Sıra	1.6 m	1.524 ± 0.002 m	Oldukça büyük cisimler için kötü değil
Cetvel	30.5 cm	30.48 ± 0.05 cm	Harikayım

Problem 1.2 (*Temel Birimler – Ohanian Soru 1.14*)

Ohanian'ın dediği gibi, "konum, zaman, ve kütle ideal bir parçacığın özelliğinin ve davranışının tam bir tanımını verir." Bundan dolayı, bunların her birinin ([L], [T], ve [M]) ve bunların bazı kombinasyonları sonucu oluşan niceliklerin birimlerini bilmemiz gerekir.

Eğer temel birimlerimiz olarak uzunluk, kütle ve yoğunluğu alırsak, aşağıdakilerine sahip oluruz.

$$[\text{uzunluk}] \rightarrow [L]\ ,\ [\text{kütle}] \rightarrow [M]\ ,\ [\text{yoğunluk}] \rightarrow \frac{[M]}{[L]^3}$$

Gördüğünüz gibi, zaman [T] birimimiz yok. Böylece bu üçünü temel birim olarak alamayız. Fakat eğer, uzunluk, kütle ve sürati alırsak, aşağıdakilerine sahip oluruz.

$$[\text{uzunluk}] \rightarrow [L]\ ,\ [\text{kütle}] \rightarrow [M]\ ,\ [\text{hız}] \rightarrow \frac{[L]}{[T]}.$$

Burada, tüm terekli birimlerimiz var, ve bu seçim üç temel birimler için geçerli bir seçimdir. Temel birimleri birbirinden ayırmamız gerektiğini unutmamak önemlidir. Örneğin, kütle ve hız tek başlarına gerekli tüm birimleri içermektedirler ancak sadece bu ikisi ile [T] den [L] 'yi ayırmanın yolu yoktur. Uzunluk, kütle ve sürate sahip olunca, her temel birimi başlı başına elde edebiliriz (örneğin uzunluğu hıza bölerek [T]' yi elde ederiz).

Problem 1.3 (*Bir kağıt kapağının kalınlığı*)

a) Kalınlık = **10.0 mm**

b) Mutlak Belirsizlik = **±0.5 mm**

c) Bağıl belirsizlik = $\dfrac{\textbf{mutlak belirsizlik}}{\textbf{ölçüm degeri}}$ **=** $\dfrac{0.5mm}{10.0mm}$ **= %5**

d) 85 sayfa var, bu yüzden bir sayfanın kalınlığı $\dfrac{10 \pm 0.5mm}{85} = 118 \pm 6\mu m.$

e) Mutlak Belirsizlik = **6 μm**

f) Bağıl belirsizlik değişmez – **%5.**

g) Farklı öğrenciler kalınlığı ölçtüklerinde farklı miktarda basınç uygulayacaklar. Diğer bir faktör ölçümün yapıldığı odanın nemidir ki bu kağıdın kalınlığını etkileyecektir. Ayrıca kitaptan kitaba kâğıdın bir parça farklılık göstermesi mümkündür.

Problem 1.4 *(Bağıl belirsizlik)*

Bağıl belirsizlik mutlak belirsizliğin ölçüm değerine bölümüdür. Kemik olarak ceylanın kemiğini seçelim. Onun kalınlığı 1.0 mm belirsizlikle 18.3 mm olarak ölçülmüştür. Bundan dolayı onun bağıl belirsizliği

$$\frac{1.0\,\text{mm}}{18.3\,\text{mm}} = \%5.5$$

Şeklindedir. Öğrencinin uzunluğu (10.00 dersinde Zach' in uzunluğunu ölçmüştük ve bunu kullanarak) 0.1 cm belirsizlikle 183.2 cm idi. Mutlak belirsizlik yaklaşık olarak her iki durumda da aynı değerdedir (ceylan durumunda, tamamen aynıdır). Fakat, Zach'in uzunluğundaki bağıl belirsizlik

$$\frac{0.1\,\mathrm{cm}}{183.2\,\mathrm{cm}} = \%0.055$$

Şeklindedir. Neden bu iki bağıl belirsizlikler oldukça farklıdır? Çünkü, Zach çok daha uzun, ceylanın kalça kemiği daha kalındır. Her ikisi de aynı mutlak belirsizliğe sahiptir, çünkü her ikisi de aynı kaynaktan gelir. Fakat bağıl belirsizlikler iki mertebe daha farklıdır.

Problem 1.5 (*Uzak Galaksiler (Quasar) – Ohanian Problem 1.8*)

Bir harita üzerindeki uzaklığı anlamak için, tüm yapmamız gereken şey gerçek uzaklığı (12.4 X 10^9) haritanın ölçeği (1 : 1.5 X 10^{20}) ile çarpmaktır.

(Gerçek uzaklık) = $12.4 \, x \, 10^9 \, . \frac{9.46\times 1015\,\mathrm{m}}{1\ \mathrm{ly}} = 1.17 \, x \, 10^{26}$ m

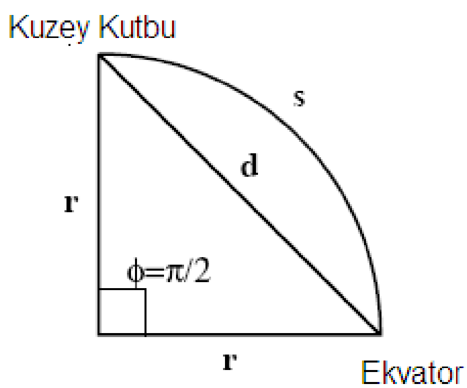
(Harita uzaklığı) = (gerçek uzaklık) . (ölçek)

= $1.17 \, x \, 10^{26}$ m. $\frac{1}{1.5\times 10^{20}}$

= **7.82** X $\mathbf{10^5}$ **m** = 782 km = 486 mil

= yaklaşık Cambridge, MA ve Richmond, VA arasındaki uzaklık kadar.

Problem 1.6 (*Yeryüzünde Mesafeler – Ohanian Problem 1.10*)



Dünyanın yüzeyi boyunca kutuplardan ekvatora kadar ölçülen uzaklık şekildeki s yayının uzaklığıdır. Ve yay uzunluğunu nasıl hesaplamayı hatırlamanın en kolay yolu yay uzunluğunun tüm çevreye oranı, gördüğü açının 2π ye oranı ile aynıdır.

$$\frac{s}{2\pi r} = \frac{\phi}{2\pi}$$

$$s = r\phi = 6.37\,x10^6\ \mathrm{m}\frac{\pi}{2} = 1.00\,x10^7\ \mathrm{m} = 6220\,\mathrm{mil}$$

Doğrusal bir çizgi boyunca d uzaklığı Pisagor teoremi verilir.

$d = r\sqrt{2}$ = **9.01** *x* **10^6 m** = 5600 mil

Problem 1.7 (*Vücudumuzdaki atomlar – Ohanian Problem 1.26*)

Örnek olarak oksijeni (O) kullanalım. İlk olarak kaç gram olduğunu bulalım.

73 kg *x* %65 = 47.45 kg = 47450 g

Daha sonra atom ağırlığı ile bölelim (mol başına gram sayısı) ve Avagadro sayısı ile çarpalım (mol başına atom sayısı).

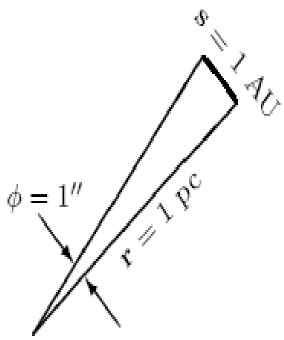
$$47450 \text{ g } x \ \frac{1mol}{15.994} \cdot \frac{6.02214x10^{23}atom}{1mol} = 1.78661X10^{27}atom$$

Her bir element için bunu tekrarlayalım ve toplam değeri elde etmek için toplayalım.

Element	Yüzde	→	Gram	x	$\frac{N_A}{\text{Atomagirligi}}$	=	# atom
O	% 65	→	47450 g	x	$\frac{6.022x10^{23}atom}{15.994g}$	=	1.78661x10^{27} atom
C	% 18.5	→	13050 g	x	$\frac{6.022x10^{23}atom}{12.011g}$	=	6.54308x10^{26} atom
H	%9.5	→	6935 g	x	$\frac{6.022x10^{23}atom}{1.00794\text{ g}}$	=	4.14345x10^{27} atom
N	%3.3	→	2409 g	x	$\frac{6.022x10^{23}atom}{14.0067\text{ g}}$	=	1.03574x10^{26} atom
Ca	%1.5	→	1095 g	x	$\frac{6.022x10^{23}atom}{40.08\text{ g}}$	=	1.64527x10^{25} atom
P	% 1	→	730 g	x	$\frac{6.022x10^{23}atom}{30.97376\text{ g}}$	=	1.41932x10^{25} atom
					TOPLAM	=	6.71859X10^{27} atom

Cevap orijinal verilerde olduğu gibi, aynı hassasiyette olmalıdır - 2 rakamlı. Böylece toplam atom sayısı **6.7** *x* **10^{27}** dir.

Problem 1.8 (*Astronomik Uzaklıklar – Ohanian Problem 1.29*)



a) Problem 1.5 deki formülü kullanabiliriz. (φ radyan biriminde).

$$\mathbf{s = r}\phi \rightarrow 1\text{ AU} = 1\text{ pc} \,.\, 1''.\frac{1''}{60''}.\frac{1^o}{60'}.\frac{\pi}{180^o}$$

b) Öncelikle ly'yi (ışık yılı) metre cinsinden ifade etmek gerekir ve daha sonra Ohanian tarafından verilen bilgiyi kullanabiliriz.

1 ly = 3.00 *x* 10^8 m/s x 86400 s/gün x 365 gün = 9.46 *x* 10^{15} m

$$1\text{ pc} = 206,\ 265\text{AU}.\frac{1.496\times10^{11}\text{ m}}{1\text{AU}}.\frac{1ly}{9.46\times10^{15}\text{ m}} = 3.258\text{ ly}$$

c) 1 pc = 3.086 *x* 10^{16} m   1 ly = 9.46 *x* 10^{15} m

Problem 1.9 (*Yıldızların Ortalama Yoğunluğu – Ohanian Problemleri 1.37 ve 38*)

1.37 Yoğunluk için, Yunan harfi ρ yu kullanırız.

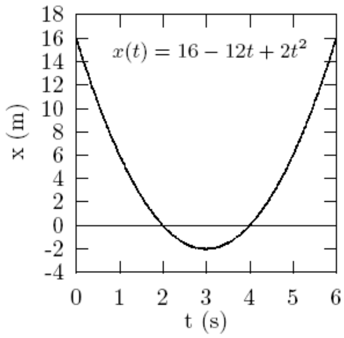
$$\rho = \frac{\text{kütle}}{\text{hacim}} = \frac{\text{M}}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{\mathbf{2.0\times10^{30}\ kg}}{\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}\pi\mathbf{(7.0\times10^{8}\ m)^3}}.\frac{1000\text{g}}{1\text{kg}}.\left(\frac{1\text{m}}{100\text{cm}}\right)^3 = 1.4\text{g/cm}^3$$

1.38 Aynı şey.

$$\rho = \frac{2.0\times10^{30}\text{ kg}}{\frac{4}{3}\pi(20\times10^3\text{ m})^3}.\frac{1000g}{1kg}.\left(\frac{1m}{100cm}\right)^3 = 6.0\times10^{13}\frac{g}{cm^3}.\frac{1ton}{10^6 g} = 6x10^7\,ton/cm^3$$

Problem 1.10 (*Pozisyon, Sürat ve İvme*)

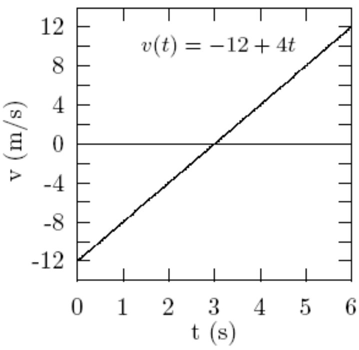
a) $x(t) = 16 - 12t + 2t^2$ (grafiğe bakınız).



b) Türevini alarak, $v(t) = -12 + 4t$ (grafiğe bakınız).

c) Bir daha türevini almak $a(t) = 4$ değeri verir (grafiğe bakınız).

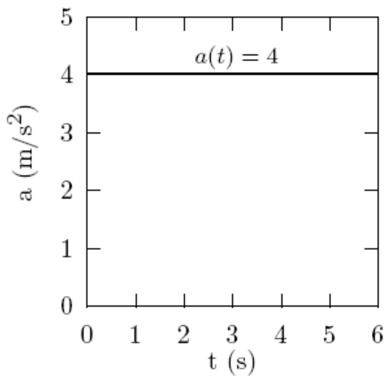
d) b) deki denklemi kullanarak, **$v(0) = -12$ m/s**, **$v(2) = -4$ m/s**, **$v(4) = 4$ m/s**



e-) c) deki eşitliği kullanarak **c)**: **$a(0) = 4$ m/s^2**, **$a(2) = 4$ m/s^2**, **$a(4) = 4$ m/s^2**

f) $v(t) = -12 + 4t = 0$ alarak **$t = 3$ s** buluruz. Şimdi, konum eşitliğinde t= 0 koyarak, hızın sıfır olduğu andaki cismin konumu bulunur. Özetlersek **$x(3) = -2$ m**, **$v(3) =0$ m/s**, ve tabiî ki **$a(3) = 4$ m/s^2**.

g) İki zaman arasında tanımlanan ortalama hız



$$\bar{v}_{t1,t2} \equiv \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}$$

$$\rightarrow \bar{v}_{-1,3} = \frac{x(3) - x(-1)}{3 - (-1)} = \frac{-2 - 30}{4} = -8 \text{m/s}$$

h) Aynı formülü kullanırız

$$\bar{v}_{0,6} = \frac{x(6) - x(0)}{6 - 0} = \frac{16 - 16}{6} = 0 \text{m/s}$$

i) Ortalama hız, s, alınan toplam yolun toplam zamana bölümüdür. Toplam yol her harekette alınan yolun toplanması ile bulunur. Grafiğe bakınca, cismin x = 16 m den x = −2 m ye ve tekrar x=16 m ye hareket ettiğini görebiliriz (neden çizimin faydalı olmasının sebebi budu). Toplam yol 36 m ve geçen zaman 6 s dir. Bundan dolayı ortalama hız, s = (36 m)/(6 s) = **6 m/s** dir.

j) Yönü tersine çevirmek ne manaya gelmektedir? Tabi ki, bu önce bir yönde ve sonra ters yönde gittiğiniz anlamına gelir. Eğer negatif yönde gidiyorsanız ve daha sonra pozitif yönde gitmeye başlarsın ve tam tersi. Diğer bir deyişle, hız işaret değiştirmektedir. Bunun meydana geldiği nokta sıfırdır noktasıdır (bu önemi bir kavramdır) .Ayrıca hesaplamalarda da bunu düşünebilirsiniz. Eğer yönü ters çevirirseniz, bu durumda bu noktadaki konumunuz yerel minimum ya da maksimum olacaktır. Bunun nerede olduğunu bulmak için, konumun türevini alır ve onu sıfıra eşitlersiniz. Bu tamamen hızın sıfıra eşitlenmesi ile aynıdır. Çünkü, *hız konumun türevidir.* f) şıkkından $v(3) = 0$ olduğunu biliyoruz, böylece cisim $\boldsymbol{t = 3}$ **s** de yönünü değiştirmiştir.

Problem 1.11 (*Otomobil kazası ve Emniyet Kemeri – Ohanian Problem 2.35*)

Bu oldukça zor bir problem, çünkü cevap birçok adım gerektirir ve sonunda "Cevabım mantıklı mı? şeklinde bu en önemli soruyu sormak gereklidir.

İlk olarak, bir şey çarpmak ne anlama gelir? Bu iki cismin (örneğin bir yolcu ve bir gösterge paneli) teması haline gelmesi, yani aynı zamandaki konumlarının eşit olması demektir. Bu yavaşlama döneminde her bir cismin konumlarını belirlemede ilk adımdır.

Sabit ivme durumunda $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ olduğunu biliyoruz. Ve biz yolcu ve gösterge paneli için x_0, v_0, ve a nın ne olduğunu belirlemeliyiz. Bir koordinat sistemi seçmemiz gereklidir. Aracın çarpmaya başladığı anı durdurduğunuzu varsayın. Yolcunun konumu orijin olarak alacağız. Onun başlangıç konumu $x_0 = 0$ ilk hızı $v_0 = 50$ km/sa = 14 m/s dir. Gösterge paneli yolcunun 0.6m önündedir ve başlangıç durumu için $x_0 = x_{sep} = 0.6$ m ve $v_0 = 14$ m/s. Peki ivme[1] nedir? Gösterge paneli arabaya bağlı olduğundan, düzgün artarak $a = -200$ m/s^2 değerini alacaktır. Fakat yolcu emniyet kemeri takmadığından ve bundan dolayı da arabaya bağlı olmadığından, araba kazası olduğunda, ona hiçbir ivme etkimeyecektir, koltuktan dışarı doğru fırlar. O gösterge paneline çarptığı zaman tabiki oldukça hızlı bir şekilde ivmelenmiş olur. Bu zamana kadar, o v_0 hızı ile ileriye doğru gitmektedir.

[1] Başlangıçta duvara çarpan bir şeyin ivmesinin artmasından konuşmak mantıksız gelebilir, fakat bu fiziğin dilidir. İvmenin sadece ister hız artsın yada ister azalsın hızdaki değişiklik anlamına geldiğini unutmayalım. Fizikçi olmayanlar genelde cismin hızının azalmasını belirtmek için yavaşlama terimini kullanırlar. Örneğin bir arabanın geriye doğru $v = -14$ m/s hızla hareket ettiğini ve daha sonra v=0 m/s olana kadar kaza yaptığını varsayalım. Açıkçası onun hızı artmıştır. Fakat sürati azalmıştır. Bundan dolayı bunu yavaşlamamı ya da ivmelenmemi olarak adlandırmak yanılmalara sebep olabilir. Bu karışıklığın üstesinden gelmek için 8.01 dersinde hızdaki bütün değişimleri ivme olarak adlandırıyoruz.

Yolcu (p) ve gösterge paneli (d) için konum denklemi,

$$x_p(t) = 0_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}0\,t^2 = v_0\,t \qquad\qquad x_d(t) = x_{sep} + v_0\,t + \frac{1}{2}(-a)\,t^2$$

Şeklindedir. Tamam, böylece konumları tanımladık, fakat bu denklemlerin sadece sabit ivme durumunda geçerli olduklarını aklımızda tutmamız gerekir. Örneğin, araba ivmelenmeye başladığı andan durana kadar sabit olmalıdır.

Zamanın fonksiyonu olarak, *x*(*t*), konumunu biliyoruz ve bunun türevini alarak zamanın fonksiyonu olarak hızı, *v*(*t*), elde edebiliriz. Böylece bunu yolcunun konumunun gösterge panelinin konumuna eşit olduğu an için, t_{bang}, çözelim. Ve daha sonra bunu v(t) denkleminde yazar ve sonucu (nerdeyse) bulabiliriz.

$$x_p(t_{bang}) = x_d(t_{bang})$$

$$v_0(t_{bang}) = x_{sep} + v_0(t_{bang}) - \frac{1}{2}\,a\,(t_{bang})^2$$

$$0 = x_{sep} + -\frac{1}{2}\,a\,(t_{bang})^2$$

$$t_{bang} = \sqrt{2\frac{x_{sep}}{a}} = \sqrt{2\frac{0.6}{200\,m/s^2}}$$

$$t_{bang} = 0.077\,s$$

Son adıma kadar hiçbir değeri yerine koymadığıma dikkat edin. Bu oldukça önemlidir. Zamanın fonksiyonu olarak gösterge paneli ve yolcunun hızını bulmak için, sadece $x_p(t)$ ve $x_d(t)$ nin t'ye göre türevini alırız.

$$x_p(t) = \frac{d\,x_p(t)}{d\,t}\;\frac{d}{d\,t}v_0 \cdot t = v_0$$

$$v_d(t) = \frac{d\,x_d(t)}{d\,t} = \frac{d}{d\,t}(\,x_{sep} + v_0(t) - \frac{1}{2}\,a\,t^2 = v_0 - a \cdot t$$

Yolcunun gösterge paneline göre bağıl hızı ikisinin hızı arasındaki farka eşittir.

$$\begin{aligned} v_{rel}(t) &= v_p(t) - v_d(t) \\ &= v_0 - (v_0 - a \cdot t) \\ &= a \cdot t \\ \rightarrow v_{rel}(t_{bang}) &= 200\,m/s^2 \cdot 0.077\,s \\ v_{rel}(t_{bang}) &= 15.4\,m/s \end{aligned}$$

Bu cevap mantıklı mı? HAYIR! Neden değil? Çünkü araba ve yolcu ilk başta 14 m/s hız ile hareket ediyorlardı. Çarpışma esnasında, yolcu 14 m/s ile hareketine devam eder, fakat araba durmak için durur düzgün bir şekilde ivmelenir. Bu yüzden maksimum bağıl hız en fazla 14 m/s olur. Bu değerden daha büyük bir değer arabanın duvara çarparak tekrar geri geldiğini belirtir ki biz bunun olmayacağını biliyoruz. (Bizim orijinal eşitliğimizin sadece düzgün ivme durumu için geçerli olduğunu unutmayın. Eğer araba duraksadıktan sonra, onları kullanmaya devam edersek, duvardan uzağa doğru ivmelendiğini ima etmiş oluruz)

Yolcunun gösterge paneline çarpmadan önce arabanın durması gerektiğinin farkındayız (gerçekte, araba t = 0.069 saniyede durur). Bundan dolayı bağıl hız $\boldsymbol{v}_{\mathbf{rel}}$ **= 14 m/s** dir.

Problem 1.12 (*Zeka Soruları – Dünyadaki aynı noktaya dönüş*)

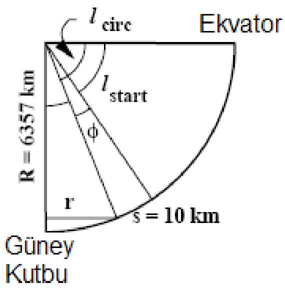
Zeka oyunlarının bir metodolojisi yoktur fakat yararlı bir ipucu özel durumları göz önünde bulundurmaktır. Bu durumda dünya üzerinde özel noktalara bakıyoruz. İyi bir başlangıç noktası Kuzey ve Güney kutupları ve Ekvator olabilir.

Kuzey kutbu belirtilen şartların yerine getirildiği bir noktadır. Eğer Kuzey kutbundan güneye belli bir d mesafesi yürürseniz, istediğiniz bir dairede boyunca yürürseniz ve daha sonra aynı mesafeyi kuzeye doğru yürürseniz, tekrar Kuzey kutbuna gelirsiniz. Harika.

Şartları sağlayan diğer noktalar Güney Kutbu çevresindeki çevreleri 10/n km olan özel daireler ile ilgilidir. Burada n=1,2,3,… şeklindedir.

Birinci daire çevresi 10 km olan bir çember olsun. Doğuya doğru 10 km yürüdükten sonra başladığınız yere geri dönüyorsunuz. İkinci daire çevresi 10/2 km = 5 km olan bir çember olsun. Doğuya doğru 10 km yürüdükten sonra, halen başladığınız konumdasınız. Ve saire, n in pozitif tamsayı değerleri için.

Bu dairelerden her biri yolculuğun ikinci ayağı olacaktır. Yolculuğun başlama noktası özel dairenin bulunduğu yerin 10 kuzeyinde herhangi bir nokta olacaktır. (Bu başlama noktaları da daire oluşturur). Daha sonra ilk ayak, 10 km güneye yürüyerek bu özel daireye varmak olacaktır. İkinci ayak, bu özel çemberin çevresinde doğuya doğru 10 km yürümek ve ikinci ayağın başladığı yere varmak olacaktır. Ve üçüncü ayak kuzeye 10 km yürümek (tam olarak ilk ayağın adımlarını takip eder) ve başlama noktasına varmak olacaktır.



Dünyanın mükemmel bir küre olduğunu farz ederek, 10 km çevreli dairenin l_{circ1} enlemini bulabiliriz. Şekilden $2\pi\mathbf{r}$ = 10 km **r** = 6357 km.xsin(90° − l_{circ1}) olduğunu görürüz. Buradan l_{circ1} i çözerek daire$_1$ in l_{circ1} = 89°59'08" güneyde olduğunu buluruz. (Dünyayı mükemmel bir küre kabul ettiğimizden dolayı ortaya çıkan hata 1" den daha azdır.)

Şimdi bunun kuzeyindeki 10 km lik dairenin l_{start1} enlemini bulmamız gerekir. Şekilden ve bildiğimiz yay uzunluğundan

$$\frac{10\,\text{km}}{2\pi\cdot 6357\,\text{km}} = \frac{\phi}{360^\circ} \rightarrow \phi = 5'24''$$

Başlama noktasının l_{start1} enlemin bu durumda l_{circ1} − ϕ dir.

l_{start1} = 89°53'44" Güney

Bu işlem **l_{start2} = 89°54'10" Güney** i bulmak için 5 km çevreli ikinci daire için tekrarlanabilir, ve saire. Her birindeki nokta sayısı sonsuz olan bu dairelerden, sonsuz sayıda vardır.

Problem 1.13 *(İnsan Kalça Kemiği)*

a) *d yi* 1.6 ± 0.2 cm ve *l* yi 24.5 ± 0.5 cm olarak ölçtüm. Hatalar oldukça büyük çünkü resmi tam olarak ölçmek için yeteneğimden çok emin değildim. *d/l* = 1.6 / 24.5=0.065 dir. Ölçülen nicelikleri böldüğümüz zaman belirsizlikleri elde etmek için, birbirine eşdeğer olan iki yöntemden birini kullanabiliriz. Bunların 8.01 dersinde kullandığımız basitleştirilmiş metotlar olduklarını unutmayalım. MIT deki ilerleyen kariyerinizde, muhtemelen birçok niceliklerden elde edilebilecek son belirsizliğin nasıl elde edileceğini anlatacak birkaç resmi dersler alacaksınız.

Birinci Yöntem: Hesaplanabilen değerin olabileceği maksimumunu elde etme, yani, paya hatayı ekleme ve paydadaki hatayı çıkarma

$$\frac{1.6+0.2\,\text{cm}}{24.5-0.5\,\text{cm}} = \frac{1.8\,\text{cm}}{24.0\,\text{cm}} = 0.075$$

Daha sonra belirsizlik aralığını belirlemek için bu değerden belirsizlik içermeyen hesaplanan değeri çıkarma

$$0.075 - \frac{1.6\,\text{cm}}{24.5\,\text{cm}} = 0.075 - 0.065 = 0.010$$

İkinci Yöntem: Ölçülen nicelikler çarpıldığında veya bölündüğünde, toplam bağıl belirsizliği elde etmek için her bir niceliğin bağıl belirsizlikleri toplanır:

$$\frac{0.2\,\text{cm}}{1.6\,\text{cm}} + \frac{0.5\,\text{cm}}{24.5\,\text{cm}} = \%12.5 + \%2.0 = \%14.5$$

Toplam mutlak belirsizliği elde etmek için bu değer belirsizlik içermemiş haliyle hesaplanan değerle çarpılır:

$$\%14.5\frac{1.6\,\text{cm}}{24.5\,\text{cm}} = \%14.5 \cdot 0.065 = 0.010$$

Böylece cevap ***d/l* = 0.065 ± 0.010**.

b) Ortalamayı almak için bütün nicelikleri toplayıp niceliklerin toplam sayısına böleriz. Verilen belirsizlikler ile sayıları topladığımızda ya da çıkardığımızda, mutlak belirsizliklerle birlikte toplarız (en azından 8.01 dersinde böyle yapıyoruz).

$$d/l_{avg} = \frac{(0.063 \mp 0.009) + (0.092 \mp 0.007) + .\ .\ . + (0.085 \mp 0.004)}{7}$$

$$= \frac{(0.611 \mp 0.039)}{7}$$

$$= (0.087 \mp 0.006)$$

c) Aşağıdaki ilginç not Profesör Bernie Burke'den elde edilmiştir.

Memeliler arasında *d/l* oranı yaklaşık olarak sabittir. Bu derste tartışıldığı gibi Galileo Galilei'nin üretmiş olduğu sebeplerden çıkarılabilecek bir şey değildir.

Bu sütunların başarısız olmalarının doğru ve tam analizi ölçümlerinden çıkarılmıştır. Sütunlar iki şekilde çökebilir: Oldukça fazla bir yüke sahip olunca malzeme eğilir (bu derste değerlendirdiğimiz şeydir), ya da oldukça fazla bir yüke sahip olunca sütün bükülür (Galileo tarafından düşünülmemiştir).

Malzemenin eğildiği nokta eğilme modülü olarak tanımlanır. Oldukça yaşlı bir betonun eğilme modülü yaklaşık olarak 2000 pund bölü inçh karedir. Eğer birkaç gündür dökülürse, hemen çabucak eğilebilir (yani ufalanabilir). Yumuşak çelik 25 kat daha dayanıklıdır ve öyle özel alaşımlar vardır ki bunların eğilme modülleri betonunkinden 50 kat daha fazladır.

Diğer taraftan, sütun başarısızlığın diğer bir şekli, bazen Young modülü olarak adlandırılan elastik modül ile belirlenir. Üzerinde yük olan ince bir metali düşünelim. Teorik olarak, eğer o mükemmel olarak dikse, o eğilme noktasına kadar dayanabilir. Fakat eğer o kararlı dengede değilse, bir yöne doğru olan küçük bir eğiklik bükülmeye sebep olacak ve sütün bir yay gibi davranacaktır.

Bunu dik olarak bulunan plastik cetvelin üzerinde deneyin, cetvelin büküldüğünü göreceksiniz ve yay etkisini hissedeceksiniz. Ne kadar fazla yük, o kadar fazla bir yöne doğru bükülme. Eğer sütun çok ince ise, bükülme kontrolsüz bir biçimde artacaktır ve sütun eğilecektir. Büyük matematikçi Leonard Euler bu problemi ele aldı. Web'te "Euler Buckling" e bakmanızı tavsiye ediyoruz.

Neden *d/l* oranının dört bacaklı hayvanların değerlerinin ortalamasına kıyasla insanlarda daha küçük olduğunun sebebi açık değildir. Görünüşe göre, problem oluşturmayacak bükülmenin tehlike bölgesinden oldukça uzaktayız.